



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ
„MARIAN ȚARINĂ”
Ediția a X-a, 14– 15 MAI 2010

CLASA A VIII-A

I. a) Arătați că dacă $x \in [1, 2]$ și $y \in [2, 3]$, atunci $|x^3 - y(y-x)| \leq 10$

b) Arătați că $\left(\frac{13}{6}\right)^9 + \left(\frac{13}{7}\right)^9 > 1024$

Mariana Ursu, Monica Fodor

II. Determinați numerele reale x, y, z știind că z este maxim, iar $x + y + z = 14$ și $x^2 + y^2 + z^2 = 108$.

Vasile Șerdean, Cristian Pop

III. Se consideră cubul $ABCD A' B' C' D'$ de muchie a .

- a) Determinați distanța de la punctul B' la dreapta AD' .
- b) Calculați măsura unghiului dintre dreptele $A'D$ și BD' .
- c) Dacă G este centrul de greutate al triunghiului $A'BD$ demonstrați că punctele A, G, C' sunt coliniare.
- d) Dacă M, N, P sunt puncte situate pe muchiile (BB') , (CC') respectiv (DD') , determinați poziția lor pe muchiile cubului astfel încât suma $AM + MN + NP + PA'$ să fie minimă.

Ioan Groza

IV. Se consideră un pătrat $ABCD$ cu latura $2a$ și un plan α perpendicular pe planul pătratului, ce conține latura AB . Fie triunghiul echilateral AEB inclus în planul α și M un punct pe latura AB , astfel încât $MB = x$. Notăm N proiecția lui E pe MC , F mijlocul lui AB , O mijlocul lui CE și H mijlocul lui DC . Se cere:

- a) Exprimați lungimea segmentului MO în funcție de a și x ;
- b) Arătați că $OC = ON = OF = OB = OH$;
- c) Determinați cea mai mică, respectiv cea mai mare valoare a lungimii segmentului OM și precizați x pentru care se obțin valorile respective.

Mariana Ursu, Aura Buju

NOTĂ: Fiecare problemă/subiect se apreciază cu 7 puncte. Nu se acordă puncte din oficiu.

Timp de lucru efectiv: 3 ore.